

Relativitätstheorie⁷

Die berühmten Gedankenexperimente von Albert Einstein zur speziellen Relativitätstheorie sind aktueller als je zuvor. Mit dem Zwillingsparadoxon kann die Längenkontraktion und die Zeitdilatation nachvollzogen werden. Ein heuristisches Verständnis kann auch für die komplexere allgemeine Relativitätstheorie mit Gedankenexperimenten erlangt werden. Die Satellitennavigation ist die Anwendung, die ohne die Berücksichtigung der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie nicht nutzbar wäre!

1905 begründete Einstein die spezielle Relativitätstheorie. Das Wort „relativ“ ist ja in diesem Zusammenhang berühmt geworden, obwohl die wichtige erste Kenntnis für die Herleitung der Relativitätstheorie war, dass die Lichtgeschwindigkeit *nicht* relativ ist, sondern *unabhängig* von der Bewegung des Licht aussendenden Objekts konstant ist. Diese Geschwindigkeit beträgt im sog. leeren Raume $c = 300\,000\text{ km/s}$. Die Erkenntnis geht ursprünglich zurück auf die Beobachtung von Doppelsternen sowie Fixsternen und deren dunkle Begleiter, an denen das Emissionsminimum für verschiedene Farben gleichzeitig beobachtet wurde. Bestätigt wurde dies dann durch das sogenannte Michelson-Morley Experiment Ende des 19. Jahrhunderts, indem durch das Ausbleiben von Interferenzmustern nachgewiesen werden konnte, dass sich Lichtgeschwindigkeiten offensichtlich nicht addieren (lassen). Wenn die Lichtgeschwindigkeit für alle Beobachter gleich groß ist, egal ob sie sich bewegen oder nicht, hat dies unmittelbare Konsequenzen auf die beteiligten Inertialsysteme, in denen sich die Beobachter befinden. Wirft man zum Beispiel einen Ball in Fahrtrichtung eines Zuges und steht dabei auf einem Zugabteil, ist für den am Bahngleis stehenden Beobachter der Ball immer relativ schneller als für den, der im Zug ist. Die Geschwindigkeiten des Zugs und des Balls lassen sich addieren. Schießt man aber im Zug einen Lichtstrahl ab, dann messen beide Beobachter die gleiche Geschwindigkeit: $300\,000\text{ km/s}$.

Die zweite wichtige Voraussetzung für das von Einstein postulierte Relativitätsprinzip ist, dass die Gesetze, mit denen der Mensch die Bewegung von Objekten beschreibt, nicht davon abhängen dürfen, ob man sich selbst bewegt. Die Naturgesetze müssen invariant, also unabhängig vom Bezugssystem, formuliert werden können.

Spezielle Relativitätstheorie

Aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit und der Invarianz der Naturgesetze, folgt in der speziellen Relativitätstheorie, dass es eine Transformation zwischen den beteiligten Inertialsystemen geben muss, die sog. Lorentz-Transformation.

⁷ Albert Einstein; „Über die spezielle und allgemeine Relativitätstheorie“. Springer Verlag, 24. Auflage, 2009

Die Lorentz-Transformation setzt zwei Koordinatensysteme in Beziehung miteinander, die jeweils durch ihre Raum-Zeitkoordinaten x, y, z, t sowie x', y', z', t' definiert sind. Für eine nur in x-Richtung erfolgende Bewegung ergibt sich (eine einfache Ableitung ist in der Original-Arbeit von Einstein gegeben)

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Die Lichtgeschwindigkeit hat in den Gleichungen der Lorentz-Transformation die Rolle einer Grenzgeschwindigkeit. Würde man darin die Lichtgeschwindigkeit gegen unendlich gehen lassen, so erhielte man die als Galilei-Transformation bekannten Gesetze der „alten Mechanik“ [Zitat Einstein]. Diese Gleichungen erläutern unmittelbar die

- Zeitdilatation: alle inneren Prozesse eines physikalischen Systems laufen relativ zu einem Beobachter langsamer ab, wenn sich dieses System relativ zum Beobachter bewegt. Uhren, die sich relativ zum Beobachter bewegen, gehen langsamer als Uhren, die relativ zum Beobachter ruhen.

und die

- Längenkontraktion: der gemessene Abstand zwischen zwei Punkten im Raum ist abhängig von der relativen Bewegung von messendem und gemessenem System. Die Längenmessung eines bewegten Objekts ergibt eine geringere Länge als dieselbe Messung am ruhenden Objekt.

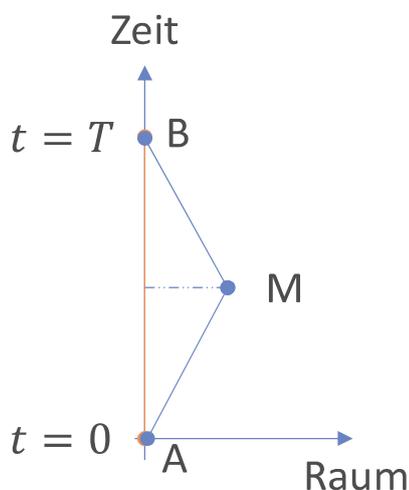


Abb. 12 - Raum-Zeitdiagramm in einem Inertialsystem

Zu einer Schärfung des Verständnisses der speziellen Relativitätstheorie führt das berühmte Zwillingsparadoxon. Betrachtet wird ein Zwillingpaar, das an einem Ort lebt, der sich geradlinig gleichförmig bewegt (z.B. auf der Erde, sofern die Schwerkraft ignoriert wird). Die Schwester will eine längere Reise machen, während der Bruder lieber zuhause bleibt. Also trennen sie sich. Ihre Geschichte ist in nebenstehendem Raumzeit-Diagramm skizziert. Rot dargestellt ist die Weltlinie des zuhause bleibenden Bruders. Blau die Linie der Schwester. Im Ereignis A trennt sie sich von ihrem Bruder, fährt zunächst mit Geschwindigkeit v nach rechts, kehrt im Ereignis M um, fährt mit derselben Geschwindigkeit v wieder zurück und trifft im Ereignis B wieder zuhause ein. Um die Frage zu beantworten, wie lange denn die Schwester unterwegs war, werden die Uhren der beiden verglichen, wenn die Schwester wieder heimkommt: Die Uhren zeigen verschiedene Zeiten an! War die Schwester mit sehr hoher Geschwindigkeit unterwegs, so können für den Bruder Jahrzehnte vergangen sein, während die Schwester nach eigenem Empfinden nur wenige Wochen unterwegs war. Bezeichnet man die für den Bruder vergangene Eigenzeit mit T , also die Zeit, die in seinem Inertialsystem zwischen A und B vergeht, und die Eigenzeit für die Uhr der (bewegten) Schwester mit T' , so gilt – wegen der Symmetrie Ihrer Reise – nach der Lorentz-Transformation

$$\frac{T}{2} = \frac{T'}{2} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad \text{und damit} \quad T = T' \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Wenn $v > 0$ dann ist $T > T'$. Für den Bruder ist also tatsächlich eine längere Zeit vergangen als für die Schwester.

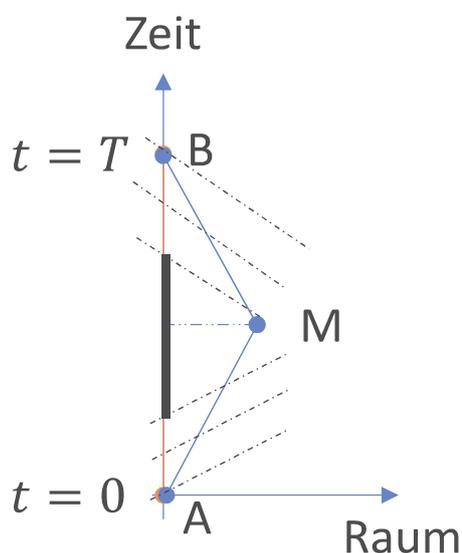


Abb. 13 - Raum-Zeitdiagramm im Zwillingsparadoxon mit Linien konstanter Zeit für die Schwester

Interessant ist noch die Überlegung, ob sich die Schwester manchmal fragt, was der Bruder denn „jetzt gerade“ macht. Hier spielt es eine Rolle, dass sich die Schwester nicht gleichförmig bewegt. Sie bewegt sich von einem ersten in ein zweites Inertialsystem, da sie zum Ereignis M ja umkehrt, was eine abrupte Geschwindigkeitsänderung erfordert. Das wird im Raum-Zeitdiagramm dadurch

deutlich, dass ihre Weltlinie keine Gerade ist. Die Frage nach der Gleichzeitigkeit für das Ruhesystem der Schwester kann im Raum-Zeitdiagramm verdeutlicht werden: Die gestrichelten schwarzen Linien markieren Ereignisse, die für die Schwester gleichzeitig stattfinden. Es wird deutlich, dass es im Leben des Bruders einen Bereich von Ereignissen gibt, den die Schwester in keinem ihrer beiden Inertialsysteme als „jetzt“ klassifizieren würde – dieser ist auf seiner Weltlinie in schwarz gekennzeichnet.

Weltberühmt wurde Albert Einstein durch die von ihm aus der speziellen Relativitätstheorie abgeleitete Formel, dass sich die Masse m eines Körpers um

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

ändern muss, wenn der Körper die Energie ΔE aufnimmt oder abgibt. Es war zwar schon vor 1905 von anderen Wissenschaftlern (etwa Henri Poincaré) der Zusammenhang zwischen Energie- und Massenänderung postuliert worden, aber erst Einstein erkannte die Allgemeingültigkeit auch für die gesamte Ruheenergie und die gesamte Masse:

$$E_{Ruhe} = m * c^2$$

Einstein war allerdings zeit seines Lebens mit weiteren theoretischen Herleitungen dieser Formel befasst, da die Herleitungen im strengen Sinne alle nur das Resultat $E_{Ruhe} = m * c^2 + const.$ ergeben haben, und nur durch die Annahme, dass der frei wählbare Summand $const. = 0$ sei, die Äquivalenz von Masse und Energie gegeben ist. Diese „Trägheit der Energie“ ist durch viele Messungen bestätigt.



Auto beschleunigt
⇒ Insassen in Sitz gedrückt



Auto ruht, um 90° gedreht
⇒ Insassen in Sitz gedrückt

Abb. 14 - Wesensgleichheit von Beschleunigung und Gravitation

Einsteins Gleichung kann man nicht ursächlich für die Entwicklung der Atombombe verantwortlich machen. Zwar konnten aus der Gleichung die enormen freisetzbaren Energiemengen unterschiedlicher Kernmassen abgelesen werden und damit Erklärungsansätze gegeben werden für die u.a. durch das Ehepaar Curie beobachteten ionisierten Strahlen mit zuvor unerklärlich hohen

Energien. Aber erst die Beobachtung der induzierten Kernspaltung durch Otto Hahn und der auftretenden Kettenreaktion in angereichertem Uran ermöglichte die Spaltung schwerer Atomkerne.

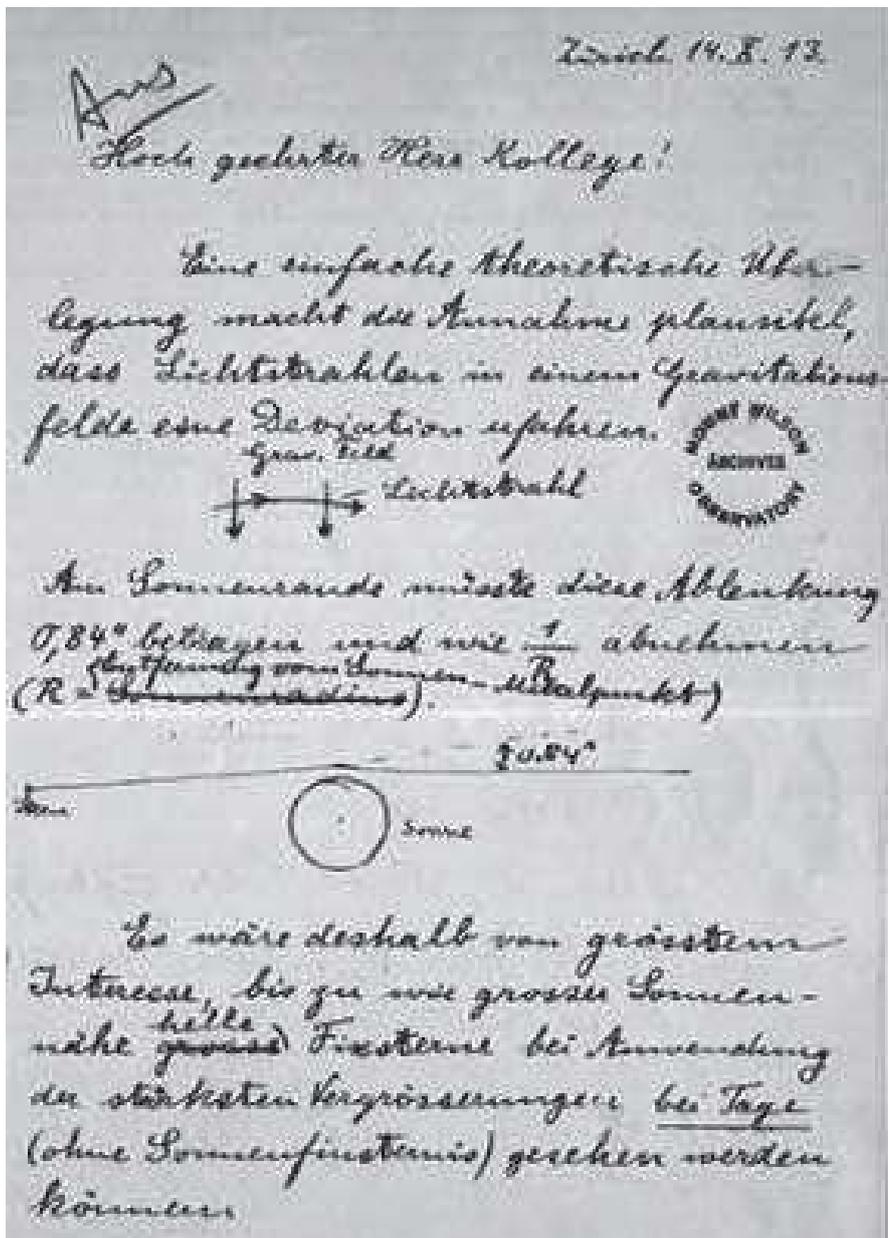


Abb. 15 - Brief von Einstein an den US-Astronom George Ellery Hale noch mit fehlerhafter Berechnung der Lichtablenkung (Faktor 2)

Allgemeine Relativitätstheorie

Die spezielle Relativitätstheorie ist – wenngleich sie viele komplexe Schlussfolgerungen zulässt – vergleichsweise einfach. Die spezielle Relativitätstheorie beschreibt die Relationen von Bezugssystemen, die sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit, sogenannten Inertialsystemen, zueinander bewegen. Die allgemeine Relativitätstheorie behandelt auch Bezugssysteme, die relativ zueinander beschleunigt sein können. Einstein stellte fest, dass ein Gravitationsfeld einem

beschleunigten Bezugssystem entspricht. In der 1915 veröffentlichten Allgemeinen Relativitätstheorie geht Einstein davon aus, dass Gravitation und Beschleunigung verknüpft sind. Wiederum beginnend mit einfachen Überlegungen, hat Albert Einstein gefordert, dass eine träge und eine schwere Masse gleich sind, sie können nicht unterschieden werden. Das Bild soll dies illustrieren, in dem der Fahrer seine träge Masse im beschleunigten Fahrzeug in den Sitz gedrückt spürt und im um 90° gedrehten, aber ruhenden Fahrzeug spürt er seine schwere Masse aufgrund der Gravitation. Beides kann – ohne Information von außen - nicht voneinander unterschieden werden. Es gibt keinen Unterschied zwischen einem beschleunigten Bezugssystem und einem Schwerfeld.

Daraus folgt, dass ein Schwerfeld den Raum krümmt, die Zeit verlangsamt sich in einem starken Gravitationsfeld – z.B. auf der Oberfläche eines Neutronensterns - und die Maßstäbe werden verkürzt. Solche aus Kernmaterie bestehende Neutronensterne, die 1.2 Millionen Grad heiß sind (die Oberfläche der Sonne dazu im Vergleich ist „nur“ 6000 Grad heiß) und mit einem Durchmesser von 28 km 10 Billionen Mal dichter als Stahl sind, wurden mit dem Hubble Space Teleskop beobachtet. Nur aufgrund einer gewaltigen Gravitation wird dieses enorm heiße Gas zusammengehalten. Eine noch größere Massenkonzentration führt zu den schwarzen Löchern. Das schwarze Loch lenkt Licht in der Umgebung ab und aufgrund der Gravitation kann Licht von der Oberfläche schwarzer Löcher nicht mehr entkommen. Das schwarze Loch ist eine Informationssenke.

Beweise der Relativitätstheorie

Die spezielle Relativitätstheorie ist durch viele Experimente bestätigt worden. Trotz großer Anstrengungen ist es bislang nicht gelungen, Verletzungen der Lorentz-Invarianz experimentell zu bestimmen.

Der Brite Sir Arthur Stanley Eddington, einer der brilliantesten Astrophysiker des beginnenden 20. Jahrhunderts, war der Erste, der den ersten richtigen Hinweis für die Korrektheit von Einsteins allgemeiner Relativitätstheorie lieferte.

Am 29. Mai 1919 beobachtete Arthur Eddington auf der Insel Principe vor Westafrika eine totale Sonnenfinsternis, die sich nach seinen vorangegangenen Berechnungen dort beobachten und fotografieren lassen sollte. Nach Einsteins Voraussagen sollte die schwere Sonne den Raum krümmen. Die Erde folgt dem entstandenen Trichter. Alles muss sich der Krümmung beugen – auch der Lichtstrahl eines Sterns. Einstein hatte den Fall vorausberechnet.

Eddington plante ein Experiment, das begann mit der Bestimmung einiger Sternenpositionen am Nachthimmel, während sie der Sonne genau gegenüberstehen. Ein halbes Jahr später erscheinen die Sterne am Taghimmel dicht bei der Sonne. Um die Sterne sehen zu können, ist die Sonnenfinsternis erforderlich. Die Sterne müssen nun weiter außen erscheinen, da die Sonne die Lichtstrahlen ablenkt. Der Moment, in dem der Mond die Sonne ausreichend abdeckte, dauerte nur

1 Minute, dennoch gelang es Eddington zwei Aufnahmen anzufertigen, aus denen die verschobenen Positionen der Sterne ermittelt werden konnte. Der Wert der Lichtablenkung am Sonnenrand wurde 1919 auf $1,67 \pm 0,3$ Bogensekunden bestimmt. Im Jahr 1979 wurden Eddingtons Photoplatten mit modernen Geräten am Royal Observatory in Greenwich nachgemessen und bestätigten den theoretischen Wert von 1,75 Bogensekunden!

Heute ist die Raumzeitverlängerung (auch als Shapiro-Effekt bekannt) mit einer Genauigkeit von 10^{-7} bestätigt.

Praktische Bedeutung der Relativitätstheorie

Eine ganz praktische Konsequenz, die heutzutage fast jedermann betrifft, hat die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie: Eine exakte Satellitennavigation auf Basis des Global Positioning System (GPS) muss die Abkehr von einer absoluten Zeit berücksichtigen. Da sich die Atomuhren an Bord der Satelliten mit 140.000 Kilometer pro Stunde bewegen, würden sie pro Tag theoretisch sieben Mikrosekunden langsamer laufen als Uhren auf der Erde. Dabei bleibt es aber nicht: Da die Zeitanzeiger in 20.000 Kilometer Höhe die Gravitationskraft nur ein Viertel so stark spüren wie Uhren auf der Erdoberfläche, würden sie jeden Tag theoretisch 45 Mikrosekunden schneller laufen. Zieht man diese beiden Effekte in Betracht, ergibt sich ein Unterschied von 38 Mikrosekunden, den GPS-Systeme ausgleichen müssen. Ansonsten würden sie täglich eine Fehlangabe von 11 Kilometern anzeigen.

Eine wichtige Bedeutung hat die Relativitätstheorie in der Teilchenphysik. Das bekannteste Beispiel sind die Myonen – schwere Verwandte der Elektronen – in der Höhenstrahlung. Erzeugt werden sie etwa zwanzig bis dreißig Kilometer über der Erde als Sekundärprodukte bei Stößen hochenergetischer Protonen aus dem Weltall mit Atomkernen der äußeren Lufthülle. Myonen zerfallen mit einer Halbwertszeit von rund 1,52 Mikrosekunden in ein Elektron und zwei Neutrinos. Innerhalb dieser kurzen Zeit könnten sie selbst mit Lichtgeschwindigkeit nur 457 Meter zurücklegen. Die Wahrscheinlichkeit, dass eines dieser Teilchen eine Strecke von zwanzig Kilometern „überlebt“, die immerhin 44 Halbwertszeiten entspricht, wäre verschwindend gering.

Doch es wird beobachtet, anders als eben abgeschätzt, dass zahlreiche Myonen der Höhenstrahlung den Erdboden erreichen. Die Lösung des Rätsels liegt in der Lebensdauererlängerung durch die Zeitdilatation. Die Teilchen entstehen mit hoher Energie und damit hohen Geschwindigkeiten. Im Mittel verlängert sich ihre Halbwertszeit dadurch um das 16-fache, und die Flugstrecke, die die Hälfte der Myonen übersteht, beträgt 7310 Meter. Die Distanz von 20.000 Metern entspricht somit nur noch 2,7 Halbwertszeiten, und die Wahrscheinlichkeit, diese Strecke ohne Zerfall zurückzulegen, liegt nun bei 15 Prozent.

Wie sieht die Situation im Ruhesystem der bewegten Teilchen aus? Hier gibt es keine Halbwertszeitverlängerung, wohl aber eine Längenkontraktion. Dieses Phänomen ist eng mit der

Zeitdilatation verknüpft: Ein bewegter Längenmaßstab wird von einem ruhenden Beobachter als verkürzt wahrgenommen, und zwar um den Lorentzfaktor: $\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Aus Sicht der schnellen Myonen

wirkt die 20-Kilometer-Strecke wie ein Maßstab, der den Teilchen entgegenfliegt. Die Flugstrecke wird dadurch anscheinend verkürzt wahrgenommen und beträgt nur noch 1250 Meter. Die Wahrscheinlichkeit, den so verkürzten Weg zur Erde ohne Zerfall zu passieren, ist wieder 15 Prozent. In beiden Bezugssystemen erhält man also die gleiche physikalische Aussage.